SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

M A T E M A T I C K Á   O L Y M P I Á D A
PRE ŽIAKOV ZÁKLADNÝCH ŠKÔL
A NIŽŠÍCH ROČNÍKOV VIACROČNÝCH GYMNÁZIÍ

61. ročník, školský rok 2011/2012

Domáce kolo

Kategórie Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 – zadania úloh

Milí žiaci,

máte radi zaujímavé matematické úlohy a chceli by ste súťažiť v ich riešení? Ak áno, zúčastnite sa Matematickej olympiády (MO). Súťaž je dobrovoľná a nesúvisí s klasifikáciou z matematiky. Matematická olympiáda má niekoľko kategórií. V tomto letáku nájdete úlohy, ktoré sú určené žiakom základných škôl (ZŠ), prvých štyroch ročníkov osemročných gymnázií (OG) a príslušných ročníkov gymnázií s iným počtom rokov štúdia.

Kategória **Z5** je určená pre žiakov 5. ročníka ZŠ.
Kategória **Z6** je určená pre žiakov 6. ročníka ZŠ a I. ročníka OG.
Kategória **Z7** je určená pre žiakov 7. ročníka ZŠ a II. ročníka OG.
Kategória **Z8** je určená pre žiakov 8. ročníka ZŠ a III. ročníka OG.
Kategória **Z9** je určená pre žiakov 9. ročníka ZŠ a IV. ročníka OG. Túto kategóriu môžu riešiť aj žiaci prvého („prípravného“) ročníka bilingválnych gymnázií s päťročným štúdiom.

So súhlasom svojho učiteľa matematiky môžete súťažiť aj v niektorej kategórii určenej pre vyšší ročník alebo v kategóriách A, B, C, ktoré sú určené pre žiakov stredných škôl (úlohy sú zverejnené v letáku MO pre stredné školy).

Od školského roku 2011/2012 sa Slovenská komisia MO rozhodla zrušiť kategóriu Z4. Hlavné dôvody sú nasledovné:

- Na 8-ročné gymnáziá sa už po novom chodí len z 5. triedy, takže žiaci nepotrebujú výsledky zo Z4 k prijímačkám.
- Učiva je po novom na prvom stupni menej, domáce kolo by sa reálne muselo dávať len z učiva prvých troch ročníkov, čo je viac-menej len počítanie s číslami z oboru do 20.
- Z4 mala len domáce a školské kolo, takže žiaci neprídu o žiadnu možnosť súťažiť s deťmi z iných škôl.
- Napriek inflácii (a teda rastúcim nákladom) MŠVVŠ SR od roku 2004 ani raz nezvýšilo rozpočet pre MO a na rok 2011 bol rozpočet dokonca o 25% znížený. Kvôli tomu bola SKMO nútená redukovať realizované aktivity.

Samozrejme, školy môžu pre svojich šikovných štvrtákov organizovať vlastné súťaže aj naďalej. V archívoch z minulých ročníkov MO určite nájdu množstvo vhodných úloh.

Priebeh súťaže:

Kategórie Z5, Z6, Z7, Z8 pozostávajú z domáceho a obvodného kola, kategória Z9 z domáceho, obvodného a krajského kola.

V rámci domáceho kola riešite 6 úloh, ktoré sú v tomto letáku. *Riešenia úloh odovzdajte svojim učiteľom matematiky najneskôr v týchto termínoch:*

kategória	jedna trojica úloh	druhá trojica úloh
Z5, Z9	14. november 2011	12. december 2011
Z6, Z7, Z8	12. december 2011	27. február 2012

Vaši učitelia vám riešenia opravia a ohodnotia podľa stupnice: 1 – *výborne*, 2 – *dobre*, 3 – *nevyhovuje*.

Úspešným riešiteľom domáceho kola sa stáva žiak, ktorý bude mať ohodnotené aspoň štyri úlohy stupňom aspoň *dobre*. Práce všetkých úspešných riešiteľov kategórií Z5 – Z9 zašle vaša škola obvodnej komisii MO. Tá z nich vyberie najlepších riešiteľov a pozve ich do obvodného kola. V rámci neho riešite úlohy podobného rázu ako v domácom kole, avšak klauzúrne, to znamená, že nemôžete využívať cudziu pomoc a na riešenie máte k dispozícii obmedzený čas (**2** hodiny v kategóriách Z5, Z6, Z7, Z8, **4** hodiny v kategórii Z9). Najlepší riešitelia obvodného kola kategórie Z9 budú pozvaní do krajského kola.

O poradí v obvodných a krajských kolách rozhoduje súčet bodov získaných za jednotlivé úlohy. Napríklad ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X a práve traja žiaci (vrátane X) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X, tak žiakovi X patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skrátene len 6. miesto. Analogickým postupom určujeme umiestnenie všetkých žiakov. Žiadne iné kritériá nie sú prípustné.

Termíny 61. ročníka Matematickej olympiády:

kategória	obvodné kolo	krajské kolo
Z5	25. január 2012	—
Z6, Z7, Z8	11. apríl 2012	—
Z9	25. január 2012	21. marec 2012

Pokyny a rady súťažiacim:

Riešenie súťažných úloh vypracujte čitateľne na listy formátu A4. Každú úlohu začnite na novom liste a uveďte vľavo hore záhlavie podľa vzoru:

```
Jozef Plachý, 7.C
ZŠ Hodžova ul. 5, 949 01 Nitra
Úloha Z7-I-2
```

Posledný údaj je označenie úlohy podľa tohto letáka. Riešenie píšte tak, aby bolo možné sledovať váš myšlienkový postup, podrobne vysvetlite, ako ste uvažovali. Uvedomte si, že sa hodnotí nielen výsledok, ku ktorému ste došli, ale hlavne správnosť úvah, ktoré k nemu viedli. Práce, ktoré nebudú spĺňať tieto podmienky, alebo budú odovzdané po termíne, nebudú do súťaže prijaté.

Veľa radosti z úspešného riešenia úloh MO prajú

RNDr. Monika Dillingerová, PhD.
SKMO, úlohová komisia pre kategórie Z

Mgr. Peter Novotný, PhD.
predseda Slovenskej komisie MO

Archív zadaní a riešení úloh MO nájdete na internetových stránkach:

`http://www.olympiady.sk` `http://skmo.sk`

`http://matematika.okamzite.eu` `http://fpedas.uniza.sk/~novotny/MO.htm`

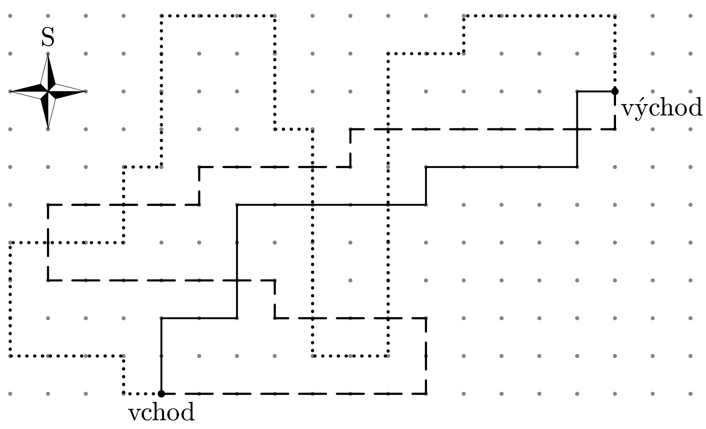
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

61. ročník Školský rok 2011 / 2012 Domáce kolo

KATEGÓRIA Z5

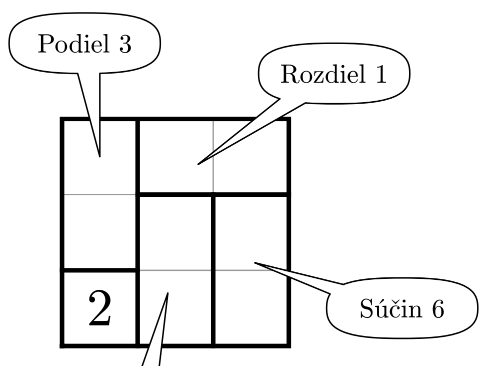
Z5 – I – 1

Traja kamaráti Pankrác, Servác a Bonifác išli cez prázdniny na nočnú prechádzku prírodným labyrintom. Pri vstupe dostal každý sviečku a vydal sa iným smerom ako zvyšní dvaja. Všetci traja labyrintom úspešne prešli, ale každý išiel inou cestou. V nasledujúcej štvorcovej sieti sú vyznačené ich cesty. Vieme, že Pankrác nikdy nešiel na juh a že Servác nikdy nešiel na západ. Koľko metrov prešiel v labyrinte Bonifác, keď vieme, že Pankrác prešiel presne 500 m? (*M. Petrová*)



Z5 – I – 2

Do každého nevyplneného štvorčeka doplňte číslo 1, 2 alebo 3 tak, aby v každom stĺpci a riadku bolo každé z týchto čísel práve raz a aby boli splnené dodatočné požiadavky v každej vyznačenej oblasti.



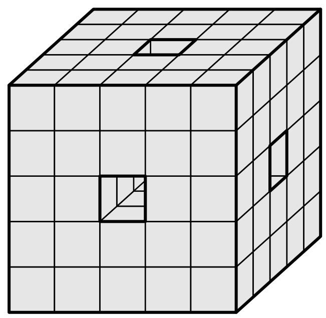
(Ak vo vyznačenej oblasti požadujeme určitý podiel, máme na mysli podiel, ktorý získame vydelením väčšieho čísla menším. Podobne pracujeme aj s rozdielom.) (*S. Bednářová*)

Z5 – I – 3

Julka pripravuje pre svoje kamarátky občerstvenie – chlebíčky. Natrie ich zemiakovým šalátom a navrch chce dať ešte prísady: šunku, tvrdý syr, plátok vajíčka a prúžok nakladanej papriky. Nechce však, aby niektoré dva chlebíčky obsahovali úplne rovnakú kombináciu prísad. Aký najväčší počet navzájom rôznych chlebíčkov môže nachystať, ak žiadny z nich nemá mať všetky štyri prísady a žiadny z nich nie je iba so šalátom (t. j. bez ďalších prísad)? (*M. Petrová*)

Z5 – I – 4

Na obrázku je nakreslená stavba zlepená z rovnako veľkých kociek. Stavba je vlastne veľká kocka s tromi rovnými tunelmi, ktorými sa dá pozerať skrz a ktoré majú všade rovnaký prierez. Z koľkých kociek je stavba zlepená? (*M. Krejčová*)

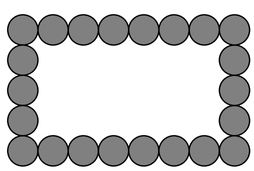


Z5 – I – 5

V rozprávke o siedmich zhavranených bratoch bolo sedem bratov, z ktorých každý sa narodil presne rok a pol po predchádzajúcom bratovi. Keď bol najstarší z bratov práve štyrikrát starší ako najmladší, matka všetkých bratov zakliala. Koľko rokov mali jednotliví bratia, keď ich matka zakliala?
(*M. Volfová*)

Z5 – I – 6

Janka a Hanka sa rady hrajú s modelmi zvieratiek. Hanka pre svoje kravičky postavila z uzáverov z PET fliaš obdĺžnikovú ohradu, pozri obrázok. Janka zo všetkých svojich uzáverov zložila pre ovečky ohradu tvaru rovnostranného trojuholníka. Potom ju rozobrala a postavila pre ne štvorcovú ohradu, takisto zo všetkých svojich uzáverov. Koľko mohla mať Janka uzáverov? Nájdite aspoň dve riešenia.



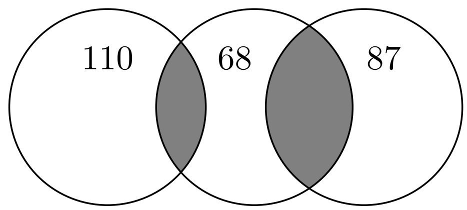
(*M. Volfová*)

****

KATEGÓRIA Z6

Z6 – I – 1

Mirka čistila fazuľu do polievky na papieri, ktorý vytiahla zo stolíka svojej sestry. Na papieri boli nakreslené tri rovnako veľké kruhy, v ktorých spoločné časti boli vyfarbené sivou pastelkou. Do bielych častí jednotlivých kruhov umiestnila toľko fazuliek, koľko je napísané na obrázku. Koľko fazuliek má umiestniť do sivých častí, aby bol v každom kruhu rovnaký počet fazuliek? (*L. Šimůnek*)

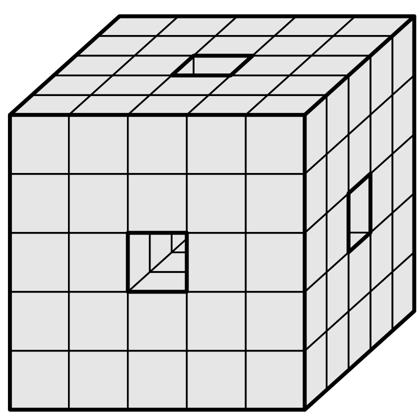


Z6 – I – 2

Do hračkárstva priviezli nové plyšové zvieratká: vážky, pštrosy a kraby. Každá vážka má 6 nôh a 4 krídla, každý pštros má 2 nohy a 2 krídla a každý krab má 8 nôh a 2 klepetá. Dohromady majú tieto privezené hračky 118 nôh, 22 krídiel a 22 klepiet. Koľko majú dohromady hláv? (*M. Petrová*)

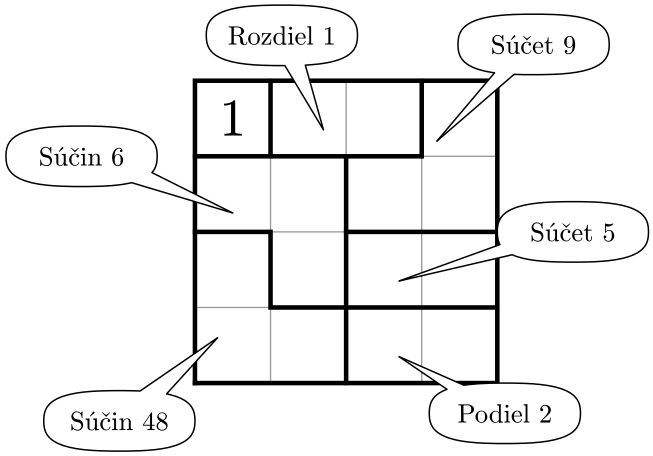
Z6 – I – 3

Na obrázku je stavba zlepená z rovnakých kociek. Stavba je vlastne veľká kocka s tromi rovnými tunelmi, ktorými sa dá pozerať skrz a ktoré majú všade rovnaký prierez. Túto stavbu sme celú ponorili do farby. Koľko kociek, z ktorých je kocka zložená, má zafarbenú aspoň jednu stenu? (*M. Krejčová*)



Z6 – I – 4

Do každého nevyplneného štvorčeka doplňte číslo 1, 2, 3 alebo 4 tak, aby v každom stĺpci a riadku bolo každé z týchto čísel práve raz a aby boli splnené dodatočné požiadavky v každej vyznačenej oblasti.



(Ak vo vyznačenej oblasti požadujeme určitý podiel, máme na mysli podiel, ktorý získame vydelením väčšieho čísla menším. Podobne pracujeme aj s rozdielom.) (*S. Bednářová*)

Z6 – I – 5

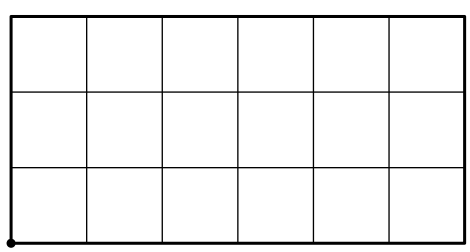
Ondro, Maťo a Kubo dostali na Vianoce od prarodičov každý jednu z nasledujúcich hračiek: veľké hasičské auto, vrtuľník na diaľkové ovládanie a stavebnicu Merkur. Bratranec Peťo doma hovoril:

„Ondro dostal to veľké hasičské auto. Želal si ho síce Kubo, ale ten ho nedostal. Maťo nemá v obľube stavebnice, takže Merkur nebol pre neho.“

Ukázalo sa, že Peťo sa dvakrát mýlil v informácii, kto dostal či nedostal daný darček a len raz povedal pravdu. Ako to teda s darčekmi bolo a kto teda dostal aký darček? (*M. Volfová*)

Z6 – I – 6

Marta, Libuška a Mária si vymysleli hru, ktorú by chceli hrať na obdĺžnikovom ihrisku zloženom z 18 rovnakých štvorcov, pozri obrázok. Na hru potrebujú ihrisko rozdeliť dvoma rovnými čiarami na tri rovnako veľké časti. Navyše tieto čiary musia obe prechádzať tým rohom ihriska, ktorý je na obrázku vľavo dole. Poraďte dievčatám, ako majú dokresliť čiary, aby sa mohli začať hrať. (*E. Trojáková*)



MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

61. ročník Školský rok 2011 / 2012 Domáce kolo

****

KATEGÓRIA Z7

Z7 – I – 1

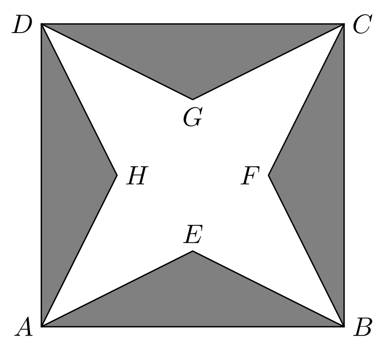
Trpaslíci chodia na vodu k potoku. Džbánik každého z trpaslíkov je inak veľký: majú objemy 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 litrov. Trpaslíci si džbániky medzi sebou nepožičiavajú a vždy ich prinesú úplne plné vody.

- Kýchal prinesie vo svojom džbániku viac vody ako Smejko.
- Spachtoš by musel ísť po vodu trikrát, aby priniesol práve toľko vody, koľko Plaško v jednom svojom džbániku.
- Vedkov džbánik je len o dva litre väčší ako Smejkov.
- Sám Kýblik prinesie toľko vody, koľko Spachtoš a Smejko dokopy.
- Keď idú po vodu Vedko a Kýblik, prinesú rovnako vody ako Dudroš, Kýchal a Smejko dokopy.

Koľko vody prinesú Kýchal a Kýblik dohromady? (*M. Petrová*)

Z7 – I – 2

Na obrázku je štvorec $ABCD$, v ktorom sú umiestnené štyri zhodné rovnoramenné trojuholníky ABE, BCF, CDG a DAH, všetky vyfarbené sivou. Strany štvorca $ABCD$ sú základňami týchto rovnoramenných trojuholníkov. Vieme, že sivé plochy štvorca $ABCD$ majú dokopy rovnaký obsah ako biela plocha štvorca. Ďalej vieme, že $|HF| = 12\,\mathrm{cm}$. Určte dĺžku strany štvorca $ABCD$. (*L. Šimůnek*)



Z7 – I – 3

Sedem bezprostredne po sebe idúcich celých čísel stálo v rade, zoradené od najmenšieho po najväčšie. Po chvíli sa čísla začali nudiť, a tak sa najskôr vymenilo prvé s posledným. Potom sa druhé najväčšie posunulo úplne na začiatok radu a nakoniec sa najväčšie z čísel postavilo do stredu. Na svoju veľkú spokojnosť sa tak ocitlo vedľa čísla, ktoré bolo presne jeho polovicou. Ktorých sedem čísel mohlo stáť pôvodne v rade? (*S. Bednářová*)

Z7 – I – 4

Učiteľka Smoliarska pripravovala previerku pre svoju triedu v troch verziách, aby žiaci nemohli odpisovať. V každej verzii zadala tri hrany kvádra v centimetroch a úlohou bolo vypočítať jeho objem. Úlohy si ale dopredu neprepočítala, a tak netušila, že výsledok je vo všetkých troch verziách rovnaký. Do zadaní žiakom napísala tieto dĺžky hrán: 12, 18, 20, 24, 30, 33 a 70. Z deviatich celočíselných dĺžok hrán, ktoré učiteľka Smoliarska zadala, sme vám teda prezradili iba sedem a ani sme vám neprezradili, ktoré dĺžky patria do toho istého zadania. Podarí sa vám napriek tomu určiť zostávajúce dve dĺžky hrán? (*L. Šimůnek*)

Z7 – I – 5

Jeden vnútorný uhol trojuholníka má 50°. Aký veľký uhol zvierajú osi dvoch zostávajúcich vnútorných uhlov trojuholníka? (*L. Hozová*)

Z7 – I – 6

Hľadáme šesťciferný číselný kód, o ktorom vieme, že:

- žiadna cifra v ňom nie je viackrát,
- obsahuje aj 0, tá však nie je na predposlednom mieste,
- vo svojom zápise nemá nikdy vedľa seba dve párne ani dve nepárne cifry,
- susedné cifry sa od seba líšia aspoň o 3,
- keď číslo rozdelíme na tri dvojčíslia, tak prvé aj druhé dvojčíslie sú obe násobkom tretieho, teda posledného dvojčíslia.

Určte hľadaný kód. (*M. Volfová*)

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

61. ročník Školský rok 2011 / 2012 Domáce kolo

****

KATEGÓRIA Z8

Z8 – I – 1

Korešpondenčná matematická súťaž prebieha v troch kolách, ktorých náročnosť sa stupňuje. Do druhého kola postupujú len tí riešitelia, ktorí boli úspešní v prvom kole, do tretieho kola postupujú len úspešní riešitelia druhého kola. Víťazom je každý, kto je úspešným riešiteľom posledného, teda tretieho kola. V poslednom ročníku tejto súťaže bolo presne 14 % riešiteľov úspešných v prvom kole, presne 25 % riešiteľov druhého kola postúpilo do tretieho kola a presne 8 % riešiteľov tretieho kola zvíťazilo. Aký je najmenší počet súťažiacich, ktorí sa mohli zúčastniť prvého kola? Koľko by bolo v takomto prípade víťazov? (*M. Petrová*)

Z8 – I – 2

Je daný rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB dlhou 10 cm a ramenami dlhými 20 cm. Bod S je stred základne AB. Rozdeľte trojuholník ABC štyrmi priamkami prechádzajúcimi bodom S na päť častí s rovnakým obsahom. Zistite, aké dlhé úseky vytnú tieto priamky na ramenách trojuholníka ABC. (*E. Trojáková*)

Z8 – I – 3

Hľadáme päťciferné číslo s nasledujúcimi vlastnosťami: je to palindróm (t. j. čita sa odzadu rovnako ako odpredu), je deliteľné dvanástimi a vo svojom zápise obsahuje cifru 2 bezprostredne za cifrou 4. Určte všetky možné čísla, ktoré vyhovujú zadaným podmienkam. (*M. Mach*)

Z8 – I – 4

Na stred hrnčiarskeho kruhu sme položili kocku, ktorá mala na každej svojej stene napísané jedno prirodzené číslo. Tesne predtým, ako sme kruh roztočili, sme z miesta, kde stojíme, videli tri steny kocky a teda len tri čísla. Ich súčet bol 42. Po otočení hrnčiarskeho kruhu o 90° sme z rovnakého miesta videli tri steny s číslami, ktoré mali súčet 34 a po otočení o ďalších 90° sme videli tri čísla so súčtom 53.

1. Určte súčet troch čísel, ktoré z nášho miesta uvidíme, keď sa kruh otočí ešte o ďalších 90°.
2. Kocka celý čas ležala na stene s číslom 6. Určte maximálny možný súčet všetkých šiestich čísel na kocke.

(*L. Šimůnek*)

Z8 – I – 5

Pankrác, Servác a Bonifác sú traja bratia, ktorí majú P, S a B rokov. Vieme, že P, S a B sú prirodzené čísla menšie ako 16, pre ktoré platí:

$$P = \frac{5}{2}(B - S),$$
$$S = 2(B - P),$$
$$B = 8(S - P).$$

Určte vek všetkých troch bratov. (*L. Hozová*)

Z8 – I – 6

Janka narysovala obdĺžnik s obvodom 22 cm a dĺžkami strán vyjadrenými v centimetroch celými číslami. Potom obdĺžnik rozdelila bezo zvyšku na tri obdĺžniky, z ktorých jeden mal rozmery 2 cm × 6 cm. Súčet obvodov všetkých troch obdĺžnikov bol o 18 cm väčší ako obvod pôvodného obdĺžnika. Aké rozmery mohol mať pôvodný obdĺžnik? Nájdite všetky riešenia. (*M. Dillingerová*)

KATEGÓRIA Z9

Z9 – I – 1

Pokladníčka v galérii predáva návštevníkom vstupenky s číslom podľa toho, koľkí v poradí v ten deň prišli. Prvý návštevník dostane vstupenku s číslom 1, druhý s číslom 2, atď. Počas dňa sa však minul žltý papier, na ktorý sa vstupenky tlačili, preto musela pokladníčka pokračovať tlačením na červený papier. Za celý deň predala rovnako veľa žltých vstupeniek ako červených. Večer zistila, že súčet čísel na žltých vstupenkách bol o 1 681 menší ako súčet čísel na červených vstupenkách. Koľko vstupeniek v ten deň predala? (*M. Mach*)

Z9 – I – 2

Filoména má mobil s nasledujúcim rozmiestnením tlačidiel:

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

Deväťciferné telefónne číslo jej najlepšej kamarátky Kláry má tieto vlastnosti:

- všetky cifry Klárinho telefónneho čísla sú rôzne,
- prvé štyri cifry sú zoradené podľa veľkosti od najmenšej po najväčšiu a stredy ich tlačidiel tvoria štvorec,
- stredy tlačidiel posledných štyroch cifier takisto tvoria štvorec,
- telefónne číslo je deliteľné tromi aj piatimi.

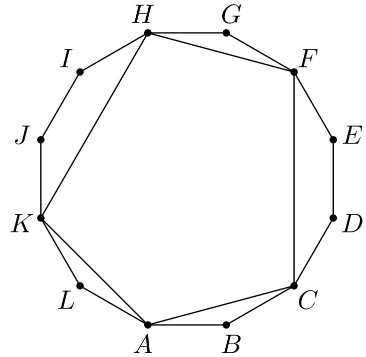
Koľko rôznych deväťciferných čísel by mohlo byť Kláriným telefónnym číslom? (*K. Pazourek*)

Z9 – I – 3

Alenka pozorovala veveričky na záhradke, kde rástli tieto tri stromy: smrek, buk a jedľa. Veveričky sedeli pokojne na stromoch, takže ich mohla spočítať – bolo ich 34. Keď preskákalo 7 veveričiek zo smreka na buk, bolo ich na buku rovnako veľa ako na oboch ihličnanoch dokopy. Potom ešte preskákalo 5 veveričiek z jedle na buk, a vtedy bolo na jedli rovnako veľa veveričiek ako na smreku. Na buku ich bolo vtedy dvakrát viac, ako na jedli na úplnom začiatku. Koľko veveričiek pôvodne sedelo na každom strome? (*M. Mach*)

Z9 – I – 4

V pravidelnom dvanásťuholníku $ABCDEFGHIJKL$ vpísanom do kružnice s polomerom 6 cm určte obvod päťuholníka $ACFHK$. (*K. Pazourek*)



Z9 – I – 5

Pred vianočným koncertom ponúkali žiaci na predaj 60 výrobkov z hodín výtvarnej výchovy. Cenu si mohol každý zákazník určiť sám a celý výťažok išiel na dobročinné účely. Na začiatku koncertu žiaci spočítali, koľko centov v priemere utŕžili za jeden predaný výrobok, a vyšlo im celé číslo. Keďže ale nepredali všetkých 60 výrobkov, ponúkali ich aj po koncerte. Po koncerte si ľudia kúpili ešte sedem výrobkov, za ktoré dali dokopy 2 505 centov. Tým sa priemerná tržba za jeden predaný výrobok zvýšila na rovných 130 centov. Koľko výrobkov potom ostalo nepredaných? (*L. Šimůnek*)

Z9 – I – 6

V obdĺžnikovej záhrade rastie broskyňa. Tento strom je od dvoch susedných rohov záhrady vzdialený 5 metrov a 12 metrov a vzdialenosť medzi spomínanými dvoma rohmi je 13 metrov. Ďalej vieme, že broskyňa stojí na uhlopriečke záhrady. Aká veľká môže byť plocha záhrady? (*M. Mach*)

Na ukážku uvádzame *vzorové riešenie* jednej úlohy zo staršej olympiády:

Úloha Z8 – II – 1.

Daný je obdĺžnik s celočíselnými dĺžkami strán. Ak zväčšíme jednu jeho stranu o 4 a druhú zmenšíme o 5, dostaneme obdĺžnik s dvojnásobným obsahom. Určte strany daného obdĺžnika. Nájdite všetky možnosti.

Riešenie. Dĺžky strán obdĺžnika označíme a, b. Nový obdĺžnik má dĺžky strán $a + 4$, $b - 5$. Podľa podmienky úlohy pre obsahy oboch obdĺžnikov platí

$$2ab = (a + 4)(b - 5).$$

Postupne upravíme

$$ab - 4b + 5a = -20,$$
$$ab - 4b + 5a - 20 = -40.$$

Odčítali sme 20, aby sme mohli ľavú stranu upraviť na súčin

$$(a - 4)(b + 5) = -40.$$

Riešenie nájdeme rozkladom čísla -40 na dva činitele. Pritom musí byť $a > 0$, $b > 0$, a teda $a-4 > -4$, $b + 5 > 5$.

Sú dve také možnosti: $(-2) \cdot 20 = -40$ a $(-1) \cdot 40 = -40$.

V prvom prípade dostaneme obdĺžnik so stranami $a = 2$, $b = 15$ s obsahom $S = 30$. Nový obdĺžnik má potom strany $a' = 6$, $b' = 10$ a obsah $S' = 60$, t. j. $S' = 2S$.

V druhom prípade dostaneme obdĺžnik so stranami $a = 3$, $b = 35$ s obsahom $S = 105$. Nový obdĺžnik má potom strany $a' = 7$, $b' = 30$ a obsah $S' = 210 = 2S$.

Úloha má teda dve riešenia. Daný obdĺžnik môže mať strany buď 2 a 15 alebo 3 a 35.

Na záver jedna rada:

Úlohy nie sú ľahké. Nenechajte sa odradiť, keď neobjavíte hneď riešenie. Experimentujte, kreslite si, „hrajte sa“ s úlohou. Niekedy pomôže pozrieť sa do nejakej knižky, kde nájdete podobné úlohy vyriešené, inokedy sa môže stať, že zrazu o tri dni „z ničoho nič“ na riešenie prídete.

Matematickú olympiádu vyhlasuje Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu SR spolu s Jednotou slovenských matematikov a fyzikov (JSMF). Súťaž riadi Slovenská komisia MO (SKMO), v jednotlivých krajoch a obvodoch krajské a obvodné komisie MO. Na jednotlivých školách súťaž zaisťujú učitelia matematiky. Vy sa vždy obracajte na svojho učiteľa matematiky.

Napokon by sme Vás radi upozornili na rôzne korešpondenčné semináre určené pre ZŠ a OG. Tieto súťaže sú nielen dobrou formou prípravy na MO, ale všeobecne pomôžu v zdokonaľovaní matematického myslenia. K tomu prispievajú aj veľmi populárne záverečné sústredenia pre najlepších riešiteľov. SKMO Vám odporúča napr. semináre SEZAM a SEZAMKO organizované pod hlavičkou JSMF Žilina, na tvorbe zadaní týchto seminárov sa priamo podieľajú aj niekoľkí členovia Úlohovej komisie MO. Viacerí členovia SKMO zasa spolupracujú v združení STROM (so sídlom na UPJŠ Košice) pri organizovaní seminárov MATIK a MALYNÁR. Zapojiť sa môžete tiež do seminárov PIKOMAT (organizuje ho P-MAT, n.o.) či RIEŠKY (usporadúva ho Gymn. Grösslingová v Bratislave). Podrobné informácie získate na internetových stránkach `sezam.sk`, `strom.sk`, `www.pikomat.sk` a `riesky.sk`.

SLOVENSKÁ KOMISIA MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

61. ROČNÍK MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY

Leták kategórií Z5, Z6, Z7, Z8, Z9 – domáce kolo

Autori úloh: PaedDr. Svetlana Bednářová, PhD., RNDr. Monika Dillingerová, PhD., doc. RNDr. Libuše Hozová, CSc., Mgr. Marie Krejčová, Martin Mach, Mgr. Karel Pazourek, Mgr. Michaela Petrová, CSc., doc. RNDr. Marta Volfová, PhD., Libor Šimůnek, Mgr. Erika Trojáková

Redakčná úprava: Mgr. Peter Novotný, PhD.

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2011